

主析取范式在实际问题中的应用

李小荣

(江西信息应用职业技术学院 江西南昌 330043)

摘要:在现实生活中,有许多实际问题可以利用离散数学中的主析取范式来处理 and 解决。本文通过几个具体教学实例来了解 and 掌握主析取范式在实际问题中的应用,其思维方法和处理问题的过程,大家可以参考与借鉴,有利于提高大家解决实际问题的能力。

关键词:主析取范式;实际问题;应用

The Application of Principal Disjunctive Paradigm in Practical Problems

LI Xiao-rong

(Jiangxi Vocational and Technical College of Information Application 330043)

Abstract: In real life, there are many practical problems that can be solved by principal disjunctive paradigm in discrete mathematics. In this paper, through several specific teaching examples, people can understand and master the application of the principal disjunctive paradigm in practical problems, its thinking methods and the process of dealing with problems, which is a reference for people and is conducive to improving your ability to solve practical problems.

Key Words: Principal disjunctive paradigm; Practical problems; Application

主析取范式,是指所有简单合取式都是极小项的析取范式。通过主析取范式,可以化简或推证一些数理逻辑,从而得到明确的结论。因此,教师在教学过程中要把主析取范式运用到实际问题中,去解决实际问题,让学生学以致用,努力提高课堂教学效果,使学生的抽象思维能力和逻辑推理能力得到正真的发挥和提高。

1 队员选拔问题

实例 1

某校篮球队准备从以下 6 名预备队员中选拔 3 名正式队员,并使平均身高尽可能高,这 6 名预备队员情况见下表所示。队员的挑选要满足下列条件:①少补充一名后卫队员;②大李或小田中间只能入选一名;③最多补充一名中锋;④如果大李或小赵入选,小周就不能入选。

预备队员	号码	身高(cm)	位置
大张	4	193	中锋
大李	5	191	中锋
小王	6	187	前锋
小赵	7	186	前锋
小田	8	180	后卫
小周	9	185	后卫

解:设 p_i : 选择队员号 $i(i=4,5,\dots,9)$, 则挑选出来的队员应满足题意 4 个条件的命题公式为: $(\neg p_8 \wedge \neg p_9) \wedge ((p_5 \wedge \neg p_8) \vee (\neg p_5 \wedge p_8)) \wedge (\neg p_4 \vee \neg p_5) \wedge ((\neg p_9 \rightarrow (p_5 \vee p_7))$

此命题公式的成真赋值即为可行的队员选拔方案,经过等值演算得到:

$$(\neg p_8 \wedge \neg p_9) \wedge ((p_5 \wedge \neg p_8) \vee (\neg p_5 \wedge p_8)) \wedge (\neg p_4 \vee$$

$$\neg p_5) \wedge ((\neg p_9 \rightarrow (p_5 \vee p_7)) \\ ((\neg p_8 \wedge \neg p_9 \wedge p_5 \wedge \neg p_8) \vee (\neg p_8 \wedge \neg p_9 \wedge \neg p_5 \wedge p_8)) \wedge (\neg p_4 \vee \neg p_5) \wedge (p_9 \vee p_5 \vee p_7) \\ (p_5 \wedge \neg p_8 \wedge \neg p_9) \wedge ((\neg p_4 \wedge p_9) \vee (\neg p_4 \wedge \neg p_5) \vee (\neg p_4 \wedge p_7) \vee (\neg p_5 \wedge p_9) \vee (\neg p_5 \wedge \neg p_5) \vee (\neg p_5 \wedge p_7)) \\ (\neg p_4 \wedge p_5 \wedge \neg p_8 \wedge \neg p_9) \vee (\neg p_4 \wedge p_5 \wedge p_7 \wedge \neg p_8 \wedge \neg p_9))$$

因此,在上述2种复合方案中,只有一种方案是选拔3名正式队员,即选择队员号5、6、7,故选拔大李、小王和小赵,其平均身高为188cm。

实例2

某篮球队需要挑选5名队员组成出场阵容参加比赛,8名队员的身高及擅长位置见下表所示。现要求出场阵容满足以下条件:①只能有一名中锋上场;②至少有一名后卫;③如1号和4号均出场,则6号不出场;④2号和8号至少有一个不出场。试问:应当挑选哪5名队员出场,才能使出场队员平均身高达到最高?

队员	1	2	3	4	5	6	7	8
身高(米)	1.92	1.90	1.88	1.86	1.85	1.83	1.80	1.78
擅长位置	中锋	中锋	前锋	前锋	前锋	后卫	后卫	后卫

解:设 p_1 : 派中锋1队员出场, p_2 : 派中锋2队员出场; q_3 : 派前锋3队员出场, q_4 : 派前锋4队员出场, q_5 : 派前锋5队员出场, r_6 : 派后卫6队员出场, r_7 : 派后卫7队员出场, r_8 : 派后卫8队员出场;则由题意可得命题公式:

$$((p_1 \wedge \neg p_2) \vee (\neg p_1 \wedge p_2)) \wedge (r_6 \vee r_7 \vee r_8) \wedge ((p_1 \wedge q_4) \rightarrow \neg r_6) \wedge (\neg p_2 \vee \neg r_8)$$

该命题公式的成真赋值即为可行的选派方案,经过演算得到:

$$((p_1 \wedge \neg p_2) \vee (\neg p_1 \wedge p_2)) \wedge (r_6 \vee r_7 \vee r_8) \wedge ((p_1 \wedge q_4) \rightarrow \neg r_6) \wedge (\neg p_2 \vee \neg r_8)$$

$$((p_1 \wedge \neg p_2) \vee (\neg p_1 \wedge p_2)) \wedge (r_6 \vee r_7 \vee r_8) \wedge (\neg (p_1 \wedge q_4) \vee \neg r_6) \wedge (\neg p_2 \vee \neg r_8)$$

$$(p_1 \wedge \neg p_2 \wedge \neg q_4 \wedge r_6 \wedge \neg r_8) \vee (p_1 \wedge \neg p_2 \wedge \neg q_4 \wedge r_7 \wedge \neg r_8) \vee (p_1 \wedge \neg p_2 \wedge \neg q_4 \wedge r_6 \wedge r_7 \wedge \neg r_8)$$

因此,有两种出场方案:第一种出场方案是中锋1号队员出场,前锋3号队员出场,前锋5号队员出场,后卫6号队员出场,后卫7号队员出场;第二种方案是中锋1号队员出场,前锋3号队员出场,前锋4号队员出场,前锋5号队员出场,后卫7号队员出场。在这两种出场方案中,其平均身高达到最高的一种方案是第二种方案,即中锋1号队员出场,前锋3号队员出场,前锋4号队员出场,前锋5号队员出场,后卫7号队员出场,其平均身高为186.2米。

实例3

甲、乙、丙、丁4个人有且仅有2个人参加围棋优胜比赛,关于谁参加优胜比赛,下列4种判断都是正确的:①甲和乙只有一人参加;②丙参加,丁必参加;③乙或丁至多参加一人;④丁不参加,乙也不会参加。试问:哪两个人参加了围棋优胜比赛?

解:设 A: 甲参加了参加了围棋优胜比赛, B: 乙参加了参加了围棋优胜比赛, C: 丙参加了参加了围棋优胜比赛, D: 丁参加了参加了围棋优胜比赛,则满足题意4个条件的命题公式为: $((\neg A \wedge B) \vee (A \wedge \neg B)) \wedge (C \rightarrow D) \wedge \neg (B \wedge D) \wedge (\neg D \rightarrow \neg A)$

此命题公式的成真赋值即为可行的队员参赛方案,经过等值演算得到:

$$((\neg A \wedge B) \vee (A \wedge \neg B)) \wedge (C \rightarrow D) \wedge \neg (B \wedge D) \wedge (\neg D \rightarrow \neg A)$$

$$((\neg A \wedge B) \vee (A \wedge \neg B)) \wedge (\neg C \vee D) \wedge (\neg B \vee \neg D) \wedge (D \vee \neg A)$$

$$((\neg A \wedge B) \vee (A \wedge \neg B)) \wedge ((\neg C \wedge \neg B) \vee (\neg C \wedge \neg D) \vee (D \wedge \neg B)) \wedge (D \vee \neg A)$$

$$((\neg A \wedge B) \vee (A \wedge \neg B)) \wedge ((\neg C \wedge \neg B \wedge D) \vee (\neg C \wedge \neg B \wedge \neg A) \vee (\neg C \wedge \neg D \wedge \neg A) \vee (D \wedge \neg B) \vee (D \wedge \neg B \wedge \neg A))$$

$$(\neg A \wedge B \wedge \neg C \wedge \neg D) \vee (A \wedge \neg B \wedge \neg C \wedge D)$$

因此,在上述2种方案中,只有一种方案是有且仅有2个人参加围棋优胜比赛,即选择队员甲和队员丁,故甲和丁两个人参加了最后围棋优胜比赛。

2 出国选派问题

实例1

某科研所要到3名科研骨干 A、B、C 中挑选1—2名出国进修。由于工作需要,选派时要满足:①若 A 去,则 C 同去;②若 B 去,则 C 不能去;③若 C 不去,则 A 或 B 可以去。试问:该科研所有几种选派方案?

解:设 p: 派 A 去; q: 派 B 去; r: 派 C 去

则由题意可得命题公式: $(p \rightarrow r) \wedge (q \rightarrow \neg r) \wedge (\neg r \rightarrow (p \vee q))$

该命题公式的成真赋值即为可行的选派方案,经过演算得到:

$$(p \rightarrow r) \wedge (q \rightarrow \neg r) \wedge (\neg r \rightarrow (p \vee q))$$

$$(\neg p \vee r) \wedge (\neg q \vee \neg r) \wedge (r \vee p \vee q)$$

$$((\neg p \wedge \neg q \wedge r) \vee (\neg q \wedge \neg r) \vee (\neg p \wedge q \wedge \neg r) \vee (p \wedge \neg q \wedge \neg r)) \wedge (r \vee p \vee q)$$

$$(\neg p \wedge \neg q \wedge r) \vee (\neg p \wedge q \wedge \neg r) \vee (p \wedge \neg q \wedge \neg r)$$

因此,该科研所有三种选派方案:第一种方案是 C 去, A、B 都不去;第二种方案是: B 去, A、C 都不去;第三种方案是 A、C 同去, B 不去。

实例2

某公司要从赵、钱、孙、李、周五名新毕业的大学生中选

派一些人出国学习,选派必须满足以下条件:①若赵去,钱也去;②李、周两人中必有一人去;③钱、孙两人中去且仅去一人;④孙、李两人同去或同不去;⑤若周去,则赵、钱也同去。试用等值演算法分析该公司如何选派他们出国?

解:设 p:派赵去;q:派钱去;r:派孙去;s:派李去;t:派周去

则由题意可得命题公式: $(p \rightarrow q) \wedge (s \vee t) \wedge ((q \wedge \neg r) \vee (\neg q \wedge r)) \wedge ((r \wedge s) \vee (\neg r \wedge \neg s)) \wedge (t \rightarrow (p \wedge q))$

该命题公式的成真赋值即为可行的选派方案,经过演算得到:

$(p \rightarrow q) \wedge (s \vee t) \wedge ((q \wedge \neg r) \vee (\neg q \wedge r)) \wedge ((r \wedge s) \vee (\neg r \wedge \neg s)) \wedge (t \rightarrow (p \wedge q))$

$(\neg p \vee q) \wedge (s \vee t) \wedge ((q \wedge \neg r) \vee (\neg q \wedge r)) \wedge ((r \wedge s) \vee (\neg r \wedge \neg s)) \wedge (\neg t \vee (p \wedge q))$

$(\neg p \wedge \neg q \wedge r \wedge s \wedge \neg t) \vee (p \wedge q \wedge \neg r \wedge \neg s \wedge t)$

因此,有两种选派方案:第一种方案是孙、李两人同去,赵、钱、周都不去;第二种方案是:赵、钱、周都去,孙、李两人同不去。

3 工作指派问题

实例 1

某项工作需要指派 A、B、C、D 四个人中的 2 个人去完成,按下面 3 个条件,有几种派法?如何派?1)若 A 去,则 C 和 D 中要去 1 个人;2)B 和 C 不能都去;3)若 C 去,则 D 留下。

解:设 A 表示 A 去工作、B 表示 B 去工作、C 表示 C 去工作、D 表示 D 去工作,则由题意有: $A \rightarrow C \vee D, \neg (B \wedge C), C \rightarrow \neg D$ 必须同时成立,因此,本问题的指派方案是:

$(A \rightarrow C \vee D) \wedge \neg (B \wedge C) \wedge (C \rightarrow \neg D)$

$(\neg A \vee (C \wedge \neg D)) \vee (\neg C \wedge D) \wedge (\neg B \vee \neg C) \wedge (\neg C \vee \neg D)$

$(\neg A \vee (C \wedge \neg D)) \vee (\neg C \wedge D) \wedge ((\neg B \wedge \neg C) \vee (\neg B \wedge D) \vee \neg C \vee (\neg C \wedge \neg D))$

$(\neg A \wedge \neg B \wedge \neg C) \vee (\neg A \wedge \neg B \wedge D) \vee (\neg A \wedge C) \vee (\neg A \wedge \neg C \wedge \neg D)$

$\vee (C \wedge \neg D \wedge \neg B \wedge \neg C) \vee (C \wedge \neg D \wedge \neg B \wedge D) \vee (C \wedge \neg D \wedge \neg C) \vee (C \wedge \neg D \wedge C \wedge D) \vee (\neg C \wedge D \wedge \neg B \wedge C) \vee (\neg C \wedge D \wedge \neg B \wedge D) \vee (\neg C \wedge D \wedge C)$

$\vee (\neg C \wedge D \wedge C \wedge D)$

$F \vee F \vee (\neg A \wedge C) \vee F \vee (C \wedge \neg D \wedge \neg B) \vee F \vee F \vee (\neg C \wedge D \wedge \neg C)$

$\vee F \vee (\neg C \wedge D) \vee (\neg C \wedge D) \vee F$

$(\neg A \wedge C) \vee (\neg B \wedge C \wedge D) \vee (\neg C \wedge D \wedge \neg B) \vee (\neg C \wedge D)$

$(\neg A \wedge C) \vee (\neg B \wedge C \wedge D) \vee (\neg C \wedge D) \vee T$

因此,本问题的指派方案有三种: $B \wedge D, A \wedge C, A \wedge D$,即指派 B 和 D 两人去完成,或指派 A 和 C 两人去完成,或指派 A 和 D 两人去完成。

4 项目投资问题

实例 1

某投资公司有 7 个可供选择的投资项目,据专家分析估计,每个项目的利润与所需投资额(单位:万元)见下表所示。由于各项目之间有一定的联系,所以规定:①项目 1、项目 3 和项目 5 之间必须选择一项,而且只需选择一项;②项目 2 和项目 4 两项目之间也只能选择一项;③项目 3 和项目 4 必须选择一项,且选择项目 3 必须以项目 4 为前提条件;④项目 6 和项目 7 两项中至少要选择一项。该公司可用于投资的资金为 20 万元,试问:应该选择哪些项目,才能使该公司所获利润达到最大?

项目	项目 1	项目 2	项目 3	项目 4	项目 5	项目 6	项目 7
利润	10	8	7	6	9	5	9
投资额	6	4	2	4	5	3	4

解:设 p_i :选择项目 $i(i=1,2,\dots,7)$,则满足 4 个条件的命题公式为:

$((p_1 \wedge \neg p_3 \wedge \neg p_5) \vee (\neg p_1 \wedge p_3 \wedge \neg p_5) \vee (\neg p_1 \wedge \neg p_3 \wedge p_5)) \wedge ((p_2 \wedge \neg p_4) \vee (\neg p_2 \wedge p_4)) \wedge (\neg p_3 \wedge p_4) \wedge (p_6 \vee p_7)$

该命题公式的成真赋值即为可行的项目选择投资方案,经过等值演算得到:

$((p_1 \wedge \neg p_3 \wedge \neg p_5) \vee (\neg p_1 \wedge p_3 \wedge \neg p_5) \vee (\neg p_1 \wedge \neg p_3 \wedge p_5)) \wedge ((p_2 \wedge \neg p_4) \vee (\neg p_2 \wedge p_4)) \wedge (\neg p_3 \wedge p_4) \wedge (p_6 \vee p_7)$

$((p_1 \wedge \neg p_3 \wedge \neg p_5) \vee (\neg p_1 \wedge p_3 \wedge \neg p_5) \vee (\neg p_1 \wedge \neg p_3 \wedge p_5)) \wedge ((p_2 \wedge \neg p_4) \vee (\neg p_2 \wedge p_4)) \wedge ((\neg p_3 \wedge p_4 \wedge p_6) \vee (\neg p_3 \wedge p_4 \wedge p_7))$

$((p_1 \wedge \neg p_3 \wedge \neg p_5) \vee (\neg p_1 \wedge p_3 \wedge \neg p_5) \vee (\neg p_1 \wedge \neg p_3 \wedge p_5)) \wedge ((\neg p_2 \wedge \neg p_3 \wedge p_4 \wedge p_6) \vee (\neg p_2 \wedge \neg p_3 \wedge p_4 \wedge p_7))$

$(p_1 \wedge \neg p_2 \wedge \neg p_3 \wedge p_4 \wedge \neg p_5 \wedge p_6) \vee (p_1 \wedge \neg p_2 \wedge \neg p_3 \wedge p_4 \wedge \neg p_5 \wedge p_7) \vee (\neg p_1 \wedge p_2 \wedge \neg p_3 \wedge p_4 \wedge p_5 \wedge p_6) \vee (\neg p_1 \wedge p_2 \wedge \neg p_3 \wedge p_4 \wedge p_5 \wedge p_7)$

因此,满足条件的投资项目选择方案共有 2 种,即选择投资项目 1、4、6、7 和选择投资项目 4、5、6、7;在这 2 种投资项目选择中,利润达到最大的只有一种方案,即选择投资项目 1、项目 4、项目 6 和项目 7,即该投资公司应该选择投资项目 1、项目 4、项目 6 和项目 7 时,才能使该公司所获利润达到最大,其最大利润是 30 万元。

实例 2

现有资金总额 50 万元,可供选择的投资项目有 7 个,其中项目 j 所需投资额为 a_j 万元及预期收益为 c_j 万元,其具体数据见下表所示,此外,由于种种原因,有三个附加条件:①若选择 1,则必须选择 2,反之则不一定;②项目 3 和项目 4

至少选择一个;③项目5、6、7中恰好选择2个。试问:应如何选择项目投资,才能使总预期收益达到最大?

项目	项目1	项目2	项目3	项目4	项目5	项目6	项目7
预期收益	12	8	5	8	10	7	8
投资额	20	16	15	12	18	11	18

解:设 p_i :选择项目 $i(i=1,2,\dots,7)$,则满足4个条件的命题公式为:

$$(p_1 \rightarrow p_2) \wedge (p_3 \vee p_4) \wedge ((p_5 \wedge p_6) \vee (p_5 \wedge p_7) \vee (p_6 \wedge p_7))$$

该命题公式的成真赋值即为可行的项目选择投资方案,经过等值演算得到:

$$(p_1 \rightarrow p_2) \wedge (p_3 \vee p_4) \wedge ((p_5 \wedge p_6) \vee (p_5 \wedge p_7) \vee (p_6 \wedge p_7))$$

$$(\neg p_1 \vee p_2) \wedge (p_3 \vee p_4) \wedge ((p_5 \wedge p_6) \vee (p_5 \wedge p_7) \vee (p_6 \wedge p_7))$$

$$((\neg p_1 \wedge p_3) \vee (\neg p_1 \wedge p_4) \vee (p_2 \wedge p_3) \vee (p_2 \wedge p_4)) \wedge ((p_5 \wedge p_6) \vee (p_5 \wedge p_7) \vee (p_6 \wedge p_7))$$

$$(\neg p_1 \wedge p_3 \wedge p_5 \wedge p_6) \vee (\neg p_1 \wedge p_3 \wedge p_5 \wedge p_7) \vee (\neg p_1 \wedge p_3 \wedge p_6 \wedge p_7) \vee (\neg p_1 \wedge p_4 \wedge p_5 \wedge p_6) \vee (\neg p_1 \wedge p_4 \wedge p_5 \wedge p_7) \vee (\neg p_1 \wedge p_4 \wedge p_6 \wedge p_7) \vee (p_2 \wedge p_3 \wedge p_5 \wedge p_6) \vee (p_2 \wedge p_3 \wedge p_5 \wedge p_7) \vee (p_2 \wedge p_3 \wedge p_6 \wedge p_7) \vee (p_2 \wedge p_4 \wedge p_5 \wedge p_6) \vee (p_2 \wedge p_4 \wedge p_5 \wedge p_7) \vee (p_2 \wedge p_4 \wedge p_6 \wedge p_7)$$

因此,满足3个附加条件的复合方案共有12种,在这12种复合方案中,投资总额不超过50万元且预期收益达到最大的只有一种方案,即选择投资项目4、项目5和项目7时,该投资可以使总预期收益达到最大,其最大预期收益是26万元,而投资额只要48万元。

5 理财投资问题

实例1

某单位有5个可拟选择的理财投资项目,其所需投资额(单位:万元)和期望收益(单位:万元)如下表所示。投资项目需要满足:①A、C、E之间必须选择一项,且仅需选择一项;②B和D之间须选择,也仅需选择一项;③C与D密切相关,C的实施必须以D的实施为前提条件。该单位现有资金15万元。试问:应选择哪些项目进行理财投资,才能使该单位的期望收益达到最大?

项目	A	B	C	D	E
所需投资额	6	4	2	4	5
期望收益	10	8	7	6	9

解:设 p_i :选择项目 $i(i=1,2,\dots,5)$,则满足3个条件的命题公式为:

$$((p_1 \wedge \neg p_3 \wedge \neg p_5) \vee (\neg p_1 \wedge p_3 \wedge \neg p_5) \vee (\neg p_1 \wedge \neg p_3 \wedge p_5)) \wedge ((p_2 \wedge \neg p_4) \vee (\neg p_2 \wedge p_4)) \wedge (p_3 \rightarrow p_4)$$

该命题公式的成真赋值即为可行的项目选择投资方案,经过等值演算得到:

$$((p_1 \wedge \neg p_3 \wedge \neg p_5) \vee (\neg p_1 \wedge p_3 \wedge \neg p_5) \vee (\neg p_1 \wedge \neg p_3 \wedge p_5)) \wedge ((p_2 \wedge \neg p_4) \vee (\neg p_2 \wedge p_4)) \wedge (p_3 \rightarrow p_4)$$

$$((p_1 \wedge \neg p_3 \wedge \neg p_5) \vee (\neg p_1 \wedge p_3 \wedge \neg p_5) \vee (\neg p_1 \wedge \neg p_3 \wedge p_5)) \wedge ((p_2 \wedge \neg p_4) \vee (\neg p_2 \wedge p_4)) \wedge (\neg p_3 \vee p_4)$$

$$((p_1 \wedge \neg p_3 \wedge \neg p_5) \vee (\neg p_1 \wedge p_3 \wedge \neg p_5) \vee (\neg p_1 \wedge \neg p_3 \wedge p_5)) \wedge ((p_2 \wedge \neg p_4) \vee (\neg p_2 \wedge p_4)) \vee (\neg p_2 \wedge p_4)$$

$$(p_1 \wedge p_2 \wedge \neg p_3 \wedge \neg p_4 \wedge \neg p_5) \vee (\neg p_1 \wedge p_2 \wedge \neg p_3 \wedge \neg p_4 \wedge p_5) \vee (p_1 \wedge \neg p_2 \wedge \neg p_3 \wedge p_4 \wedge \neg p_5) \vee (\neg p_1 \wedge \neg p_2 \wedge \neg p_3 \wedge p_4 \wedge \neg p_5) \vee (\neg p_1 \wedge \neg p_2 \wedge p_3 \wedge p_4 \wedge \neg p_5)$$

因此,满足条件的投资项目选择方案共有5种,在这5种方案中,投资资金不超过15万元且期望收益达到最大的只有一种方案,即选择投资项目1、项目2,故该单位应该选择投资项目A1和项目A2时,才能使该单位的期望收益达到最大,其最大期望收益是18万元。

6 出差派遣问题

实例1

某公司派小李或小张去上海出差。若派小李去,则小赵要加班。若派小张去,小王也得去。小赵没加班。试问:公司是如何派遣的?

解:设命题 p :派小李去上海出差,命题 q :派小张去上海出差,命题 r :小赵加班,命题 s :派小王去上海出差,则由题意可得命题公式: $(p \vee q) \wedge (p \rightarrow r) \wedge (q \rightarrow s) \wedge \neg r$,该命题公式的成真赋值即为可行的选派方案,经过等值演算得到:

$$(p \vee q) \wedge (p \rightarrow r) \wedge (q \rightarrow s) \wedge \neg r \quad (p \vee q) \wedge (\neg p \vee r) \wedge (\neg q \vee s) \wedge \neg r$$

$$((p \wedge r) \vee (\neg p \wedge q) \vee (q \wedge r)) \wedge ((\neg q \wedge \neg r) \vee (s \wedge \neg r)) \wedge \neg p \wedge q \wedge \neg r \wedge s$$

因此,该公司只有一种派遣方案,即派小张和小王去上海出差。

7 订单选择问题

实例1

鸿达设计公司有五项目任务可供选择,各项设计任务的预期完成时间分别为3周、8周、5周、4周、10周,设计报酬分别为7万元、17万元、11万元、9万元、21万元。设计任务只能一项一项地进行,总的期限是20周,选择任务时必须满足下面的要求:①至少完成3项设计任务;②若选择任务1,必须同时选择任务2;③任务3和任务4不能同时选择。试问:应当选择哪些设计任务,才能使总的设计报酬达到最大?

解:设 p_1 :选择任务1, p_2 :选择任务2, p_3 :选择任务3, p_4 :选择任务4, p_5 :选择任务5,则由题意可得命题公式:

$$((p_1 \wedge p_2 \wedge p_3) \vee (p_1 \wedge p_2 \wedge p_4) \vee (p_1 \wedge p_2 \wedge p_5) \vee$$

$$(p1 \wedge p3 \wedge p4) \vee (p1 \wedge p3 \wedge p5) \vee (p1 \wedge p4 \wedge p5) \vee (p2 \wedge p3 \wedge p4) \vee (p2 \wedge p3 \wedge p5) \vee (p2 \wedge p4 \wedge p5) \vee (p3 \wedge p4 \wedge p5) \wedge (p1 \rightarrow p2) \wedge \neg (p3 \wedge p4)$$

该命题公式的成真赋值即为可行的选派方案,经过演算得到:

$$((p1 \wedge p2 \wedge p3) \vee (p1 \wedge p2 \wedge p4) \vee (p1 \wedge p2 \wedge p5) \vee (p1 \wedge p3 \wedge p4) \vee (p1 \wedge p3 \wedge p5) \vee (p1 \wedge p4 \wedge p5) \vee (p2 \wedge p3 \wedge p4) \vee (p2 \wedge p3 \wedge p5) \vee (p2 \wedge p4 \wedge p5) \vee (p3 \wedge p4 \wedge p5)) \wedge (p1 \rightarrow p2) \wedge \neg (p3 \wedge p4)$$

$$((p1 \wedge p2 \wedge p3) \vee (p1 \wedge p2 \wedge p4) \vee (p1 \wedge p2 \wedge p5) \vee (p1 \wedge p3 \wedge p4) \vee (p1 \wedge p3 \wedge p5) \vee (p1 \wedge p4 \wedge p5) \vee (p2 \wedge p3 \wedge p4) \vee (p2 \wedge p3 \wedge p5) \vee (p2 \wedge p4 \wedge p5) \vee (p3 \wedge p4 \wedge p5)) \wedge (\neg p1 \wedge \neg p3) \vee (p2 \wedge \neg p3) \vee (\neg p1 \wedge \neg p4) \vee (p2 \wedge \neg p4)$$

$$(\neg p1 \wedge p2 \wedge \neg p3 \wedge p4 \wedge p5) \vee (p1 \wedge p2 \wedge \neg p3 \wedge p4) \vee (p1 \wedge p2 \wedge \neg p3 \wedge p5) \vee (p1 \wedge p2 \wedge \neg p3 \wedge p4 \wedge p5) \vee (p2 \wedge \neg p3 \wedge p4 \wedge p5) \vee (\neg p1 \wedge p2 \wedge p3 \wedge \neg p4 \wedge p5) \vee (p1 \wedge p2 \wedge p3 \wedge \neg p4) \vee (p1 \wedge p2 \wedge \neg p4 \wedge p5) \vee (p1 \wedge p2 \wedge p3 \wedge \neg p4 \wedge p5) \vee (p2 \wedge p3 \wedge \neg p4 \wedge p5)$$

因此,选择方案共有七种,即选择任务 1、2、3,选择任务 1、2、4,选择任务 1、2、5,选择任务 2、3、5,选择任务 2、4、5,选择任务 1、2、3、5,选择任务 1、2、4、5;其中满足总期限 20 周的有两种,即选择任务 1、2、3 和选择任务 1、2、4;在这两种任务选择中,设计总报酬达到最大的一组是:选择任务 1、2、3,其最大总报酬是 35 万元。

8 井位选择问题

实例 1

某钻井队要从 8 个可供选择的井位中确定 4 个钻井探油,使总的钻探费用最省。若 8 个井位的代号是 S1、S2、...、S8,相应的钻探费用分别为 156、214、198、235、318、247、338、410 万元,且井位满足下列条件:①或选 S1 和 S7,或选 S8;② S6 和 S7 选一个;③ S2 和 S5 不能同时选;④选 S1 就不能选 S4;⑤选 S2 必选 S3。试问:如何选择井位钻井,才能使总的钻探费用达到最省?

解:设 p_i : 选择井位 $S_i(i=1, 2, \dots, 8)$, 则井位满足 5 个条件的命题公式为: $((p1 \wedge p7) \vee p8) \wedge ((p6 \wedge \neg p7) \vee (\neg p6 \wedge p7)) \wedge (\neg p2 \vee \neg p5) \wedge (\neg p1 \vee \neg p4) \wedge (p3 \rightarrow p2)$

此命题公式的成真赋值即为可行的钻井探油选择方案,经过等值演算得到:

$$((p1 \wedge p7) \vee p8) \wedge ((p6 \wedge \neg p7) \vee (\neg p6 \wedge p7)) \wedge (\neg p2 \vee \neg p5) \wedge (\neg p1 \vee \neg p4) \wedge (p3 \rightarrow p2)$$

$$((p1 \wedge p7) \vee p8) \wedge ((p6 \wedge \neg p7) \vee (\neg p6 \wedge p7)) \wedge (\neg p2 \vee \neg p5) \wedge (\neg p1 \vee \neg p4) \wedge (\neg p3 \vee p2)$$

$$(p1 \wedge \neg p6 \wedge p7) \vee (p6 \wedge \neg p7 \wedge p8) \vee (\neg p6 \wedge p7 \wedge p8) \wedge ((\neg p1 \wedge \neg p2 \wedge \neg p3) \vee (\neg p1 \wedge \neg p3 \wedge \neg p5) \vee (\neg p2 \wedge \neg p3 \wedge \neg p4) \vee (\neg p3 \wedge \neg p4 \wedge \neg p5) \vee (\neg p1 \vee p2 \wedge \neg p5) \vee$$

$$(p2 \vee \neg p4 \wedge \neg p5))$$

$$(p1 \wedge \neg p2 \wedge \neg p3 \wedge \neg p4 \wedge \neg p6 \wedge p7) \vee (p1 \wedge \neg p3 \wedge \neg p4 \wedge \neg p5 \wedge \neg p6 \wedge p7) \vee (p1 \wedge p2 \wedge \neg p4 \wedge \neg p5 \wedge \neg p6 \wedge p7) \vee (\neg p1 \wedge \neg p2 \wedge \neg p3 \wedge p6 \wedge \neg p7 \wedge p8) \vee (\neg p2 \wedge \neg p3 \wedge \neg p4 \wedge p6 \wedge \neg p7 \wedge p8) \vee (\neg p1 \wedge \neg p3 \wedge \neg p5 \wedge p6 \wedge \neg p7 \wedge p8) \vee (\neg p1 \wedge p2 \wedge \neg p5 \wedge p6 \wedge \neg p7 \wedge p8) \vee (\neg p3 \wedge \neg p4 \wedge \neg p5 \wedge p6 \wedge \neg p7 \wedge p8) \vee (p2 \wedge \neg p4 \wedge \neg p5 \wedge p6 \wedge \neg p7 \wedge p8) \vee (\neg p1 \wedge \neg p2 \wedge \neg p3 \wedge \neg p6 \wedge p7 \wedge p8) \vee (\neg p2 \wedge \neg p3 \wedge \neg p4 \wedge \neg p6 \wedge p7 \wedge p8) \vee (\neg p1 \wedge \neg p3 \wedge \neg p5 \wedge \neg p6 \wedge p7 \wedge p8) \vee (p1 \wedge p2 \wedge \neg p5 \wedge \neg p6 \wedge p7 \wedge p8) \vee (\neg p3 \wedge \neg p4 \wedge \neg p5 \wedge \neg p6 \wedge p7 \wedge p8) \vee (p2 \wedge \neg p4 \wedge \neg p5 \wedge \neg p6 \wedge p7 \wedge p8)$$

因此,由上述 15 种复合方案中,确定 4 个井位钻探的方案共有 4 种,即选择井位号 1237、1578、2368、4568,在这 4 种方案中,钻探费用最省的只有一种,即选择井位 s1、s2、s3、s7,其最省钻探费用为 906 万元。

9 卫星装载问题

实例 1

某科学实验卫星拟从下列仪器装置中选若干件装上,其有关数据资料见下表所示。要求:1)装入卫星的仪器装置总体积不超过 15、总重量不超过 20;2)A1 与 A3 中最多安装一件;3)A2 与 A4 中至少安装一件;4)A5 与 A6 或都安装,或都不安装。试问:如何选择仪器安装,才能使该科学卫星发挥最大的实验价值。

仪器装置代号	体积	重量	实验中的价值
A1	1	5	2
A2	3	5	9
A3	4	2	3
A4	3	6	8
A5	3	8	9
A6	1	2	6

解:设 p_i : 选择仪器 $A_i(i=1, 2, \dots, 6)$, 则安装的仪器满足后 3 个条件的命题公式为: $\neg (p1 \wedge p3) \wedge (p2 \vee p4) \wedge ((p5 \wedge p6) \vee (\neg p5 \wedge \neg p6))$

此命题公式的成真赋值即为可行的安装仪器选择方案,经过等值演算得到:

$$\neg (p1 \wedge p3) \wedge (p2 \vee p4) \wedge ((p5 \wedge p6) \vee (\neg p5 \wedge \neg p6)) \wedge (\neg p1 \vee \neg p3) \wedge (p2 \vee p4) \wedge ((p5 \wedge p6) \vee (\neg p5 \wedge \neg p6)) \wedge ((\neg p1 \wedge \neg p2) \vee (\neg p1 \wedge p4) \vee (p2 \wedge \neg p3) \vee (\neg p3 \wedge p4)) \wedge ((p5 \wedge p6) \vee (\neg p5 \wedge \neg p6))$$

$$(\neg p1 \wedge \neg p2 \wedge p5 \wedge p6) \vee (\neg p1 \wedge p4 \wedge p5 \wedge p6) \vee (p2 \wedge \neg p3 \wedge p5 \wedge p6) \vee (\neg p3 \wedge p4 \wedge p5 \wedge p6) \vee (\neg p1 \wedge \neg p2 \wedge \neg p5 \wedge \neg p6) \vee (\neg p1 \wedge p4 \wedge \neg p5 \wedge \neg p6) \vee (p2 \wedge \neg p3 \wedge \neg p5 \wedge \neg p6) \vee (\neg p3 \wedge p4 \wedge \neg p5 \wedge \neg p6)$$

统一部署、详细规划和具体要求

党政军民学,东西南北中,党是领导一切的。各级党委统战部门是代表各级党委(党组)履行统一战线领导职责,开展具体统战工作的党委(党组)重要职能部门,因此在组织、推动党外人士做好意识形态工作方面责无旁贷,应该先行一步,及早谋划、及时行动。

首先,党委统战部门应先期制订、出台如何推动党外人士在意识形态领域发挥正向作用的规划与方案,确保党外人士有所指望,知所趋附。“路隔十里,风俗有所不同。”除了统一的目标要求之外,统战部门还应针对不同党外人士所在的党派、所属的阶层、所联系与代表的界别群众,对症下药,有的放矢,而不能“眉毛胡子一把抓”。

其次,党委统战部门应搞好集中教育与培训,让党外人士明晓为什么要在新时代注重意识形态工作,怎样抓意识形态工作,开展意识形态工作的根本价值取向和目标要求,等等。如此兵马未动,粮草先行,党外人士才能张弛有度、井然有序地开展意识形态工作。

最后,党委统战部门应注重调查研究与跟踪考察考核,确保党外人士助力党的意识形态工作不偏、不虚、不空。譬如

建立定期座谈制度、完善调查研究制度、建立健全考察考核制度等,有了一整套相对成熟、定型的制度,才能使党外人士助力党的意识形态工作成为“新常态”,确保新时代全社会意识形态始终以马克思主义为指导,以坚持中国共产党的领导为旨归,以坚持和发展中国特色社会主义为主线,以实现中国梦为最终目标。

参考文献:

- [1] 陈勇军.引导党外人士在意识形态领域发挥作用研究[J].哈尔滨学院学报,2017(11):28-33.
- [2] 汪守军.新形势下关于加强党外代表人士队伍建设的思考[J].中央社会主义学院学报,2012(04):20-24.
- [3] 于连锐等.坚定不移做好新时代意识形态工作[N].内蒙古日报,2019-03-19(8).
- [4] 吕娉婷.新时代引导党外人士在意识形态领域发挥作用的问题研究[J].经济师,2017(1):35-37.
- [5] 秦飞.立体讲好三个“为什么”[N].宿迁日报,2019-06-27(1).
- [6] 包松娅.中国民主同盟“不忘合作初心、继续携手前进”主题教育活动动员部署会举行[N].人民政协报,2019-08-27(1).

(上接第35页)

因此,由上述8种复合方案中,装入卫星的仪器装置总体积不超过15、总重量不超过20且实验价值达到最大的只有一种,即选择仪器装置代号A2、A3、A5、A6,才能使该科学卫星发挥最大的实验价值,其最大实验价值为27。

10 船只装载问题

实例1

有一货船,有效载重量为24吨,可运输货物重量及运费收入见下表所示。现要求:①货物2与货物4中优先运货物2;②货物1和货物5不能混装。试问:如何装运,才能使总收入达到最多?

货物	1	2	3	4	5	6
重量(吨)	5	9	8	7	10	23
收入(万元)	1	4	4	3	5	7

解:设 p_i :选择货物 $i(i=1,2,\dots,6)$,则装载的货物满足2个条件的命题公式为: $(p_2 \wedge \neg p_4) \wedge ((p_1 \wedge \neg p_5) \vee (\neg p_1 \wedge p_5))$

此命题公式的成真赋值即为可行的货物装载选择方案,经过等值演算得到:

$$(p_2 \wedge \neg p_4) \wedge ((p_1 \wedge \neg p_5) \vee (\neg p_1 \wedge p_5)) \\ (p_1 \wedge p_2 \wedge \neg p_4 \wedge \neg p_5) \vee (\neg p_1 \wedge p_2 \wedge \neg p_4 \wedge p_5)$$

因此,由上述2种复合方案中,装载货物的重量不超过24吨且总收入达到最多的方案有2种,即选择货物号123或25,在这2种方案中,货物号123的重量为22吨、总收入为9万元,货物号25的重量为19吨、总收入也为9万元。

参考文献:

- [1] 《运筹学》,岳宏志等主编,东北财经大学出版社,2012年8月